РЕЦЕНЗІЯ

на дисертаційну роботу Приходько Ольги Дмитрівни
"Оцінювання параметрів в афінних дифузійних моделях з довгостроковою залежністю",
подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії
за спеціальністю 112 — статистика

Актуальність теми дисертаційного дослідження

Дисертаційна робота Приходько О. Д. присвячена актуальним задачам статистичного оцінювання параметрів у класі афінних дифузійних моделей, зокрема у моделях Васічека, Кокса–Інгерсолла–Росса та Орнштейна–Уленбека, у тому числі за наявності довгострокової залежності.

Актуальність теми не викликає сумнівів. Афінні дифузійні моделі мають важливі застосування у фінансовій математиці, економетриці, актуарній математиці та статистиці випадкових процесів. У реальних прикладних задачах спостереження зазвичай доступні лише у дискретні моменти часу, що зумовлює потребу у побудові та строгому теоретичному обґрунтуванні методів оцінювання саме за дискретними даними. Крім того, врахування довгострокової залежності та використання темперованих дробових броунівських процесів робить розглянуті у роботі моделі більш гнучкими та придатними для опису складних стохастичних явищ.

Таким чином, тема дисертації є сучасною, науково значущою та такою, що відповідає актуальним напрямам розвитку статистики стохастичних процесів.

Загальна характеристика роботи

Дисертаційна робота має чітку та логічну структуру. Вона складається зі вступу, огляду літератури, трьох розділів з основними результатами, висновків, списку використаних джерел та додатків. Робота охоплює як класичні афінні дифузійні моделі, так і моделі з дробовими та темперованими дробовими шумами.

КИЇВСЬКИЙ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
Вх. № 559 06 04-24
«16» 06 2026 р.

У першому розділі наведено огляд літератури за темою дослідження. Другий розділ присвячено оцінюванню всіх параметрів моделі Васічека за дискретними спостереженнями. У третьому розділі досліджується оцінювання параметрів зсуву у моделі Кокса–Інгерсолла–Росса за неперервними та дискретними спостереженнями. Четвертий розділ присвячено моделі Орнштейна–Уленбека, керованій темперованим дробовим броунівським рухом та темперованим дробовим броунівським рухом другого роду.

Варто відзначити, що дисертація поєднує строгі теоретичні результати з чисельним моделюванням. Це підсилює прикладну цінність роботи та демонструє узгодженість отриманих теоретичних висновків з результатами комп'ютерних експериментів.

Наукова новизна одержаних результатів

До основних нових результатів дисертаційної роботи слід віднести такі.

По-перше, для моделі Васічека за дискретними спостереженнями побудовано оцінки всіх параметрів моделі. Досліджено асимптотичну поведінку статистик, побудованих на основі сум спостережень, сум квадратів спостережень та сум добутків сусідніх спостережень. Доведено строгу конзистентність і асимптотичну нормальність побудованих оцінок, а також отримано явний вигляд відповідної асимптотичної коваріаційної матриці.

По-друге, для моделі Кокса–Інгерсолла–Росса досліджено оцінки параметрів зсуву, побудовані за допомогою узагальненого методу моментів. Важливою перевагою запропонованого підходу є те, що відповідні оцінки не потребують додаткових обмежень на значення параметрів моделі. Для неперервної схеми спостережень доведено асимптотичну нормальність оцінок, а для дискретної схеми встановлено як строгу конзистентність, так і асимптотичну нормальність. При цьому дискретна оцінка природно узгоджується з неперервною оцінкою через апроксимацію інтегралів відповідними сумами.

По-третє, у роботі отримано нові допоміжні результати щодо темперованого дробового броунівського руху та темперованого дробового броунівського руху другого роду. Зокрема, встановлено оцінки для дисперсій та приростів цих процесів, а також майже напевні верхні оцінки для їх асимптотичного росту. Ці результати мають самостійний інтерес і водночас є важливим

інструментом для подальшого статистичного аналізу моделей з довгостроковою залежністю.

По-четверте, для темперованої моделі Орнштейна–Уленбека побудовано оцінки параметра зсуву за неперервними та дискретними спостереженнями і доведено їх строгу конзистентність. З огляду на складність моделей, керованих дробовими та темперованими дробовими процесами, ці результати є суттєвим внеском у статистику стохастичних диференціальних рівнянь з пам'яттю.

По-п'яте, у дисертації розроблено та реалізовано алгоритми моделювання траєкторій темперованого дробового броунівського руху та темперованого дробового броунівського руху другого роду. Проведені чисельні експерименти підтверджують адекватність теоретичних результатів та демонструють практичну застосовність запропонованих методів.

Ступінь обґрунтованості наукових положень

Основні наукові положення дисертації є належно обґрунтованими. Доведення базуються на сучасних методах теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів, асимптотичного аналізу та теорії стохастичних диференціальних рівнянь.

У роботі послідовно використано методи аналізу моментів, граничні теореми для відповідних статистик, мартингальні методи, апроксимацію стохастичних інтегралів дискретними сумами, а також спеціальні оцінки для траєкторій темперованих дробових броунівських процесів. Отримані результати подано у вигляді теорем, лем та наслідків; їх доведення загалом є логічними, послідовними та достатньо детальними.

Додатковим підтвердженням обґрунтованості результатів є їх апробація у наукових публікаціях, зокрема у фахових виданнях, що індексуються у міжнародних наукометричних базах, а також представлення результатів на наукових конференціях.

Практичне значення роботи

Практичне значення дисертації полягає у можливості використання запропонованих оцінок та асимптотичних результатів для статистичного аналізу даних, що описуються афінними дифузійними моделями. Зокрема, результати можуть бути корисними при калібруванні моделей відсоткових ставок, волатильності та інших фінансово-економічних показників.

Особливої уваги заслуговує дослідження дискретних схем спостережень, оскільки саме такі дані найчастіше виникають у реальних прикладних задачах. Крім того, розроблені алгоритми моделювання темперованих дробових броунівських процесів можуть бути використані для подальших чисельних експериментів та прикладного аналізу моделей з довгостроковою залежністю.

Зауваження до дисертаційної роботи

Дисертаційна робота справляє позитивне враження, а отримані у ній результати є вагомими, актуальними та добре обґрунтованими. Разом з тим у тексті роботи трапляються окремі технічні неточності, які мають характер описок або незначних редакційних неузгодженостей. Вони не впливають на правильність основних результатів дисертації, оскільки з контексту доведень, подальших формул та загальної логіки викладу коректний зміст відповідних тверджень відновлюється однозначно.

Зокрема, можна відзначити такі місця.

1. У розділі 2, у доведенні теореми 2.3, де застосовується дельта-метод до вектора статистик (ξ_n, η_n, ζ_n), функція $g(x, y, z)$ записана з винесеним спільним множником $1/h$ перед усіма трьома компонентами. При цьому третя компонента цієї функції відповідає оцінці параметра γ і, з огляду на попередню формулу для $\widehat{\gamma}_n^2$, має читатися з урахуванням того, що множник $1/h$ входить під корінь у складі виразу для $\widehat{\beta}_n$. Подальший запис матриці Якобі та використання дельта-методу свідчать, що йдеться саме про технічну описку у записі функції g, а не про помилку в самому методі побудови оцінок чи в доведенні асимптотичної нормальності.

2. У підрозділі 3.1, під час наведення відомих властивостей процесу Кокса–Інгерсолла–Росса, у фразі про досяжність нуля для процесу присутня неточність у формулюванні відповідної умови. Ця фраза має допоміжний оглядовий характер і не використовується як суттєве припущення в основних доведеннях розділу. Основні результати розділу сформульовано для додатних значень параметрів, а побудована оцінка параметрів зсуву якраз є цінною тим, що не потребує додаткових обмежень типу умови Феллера.

3. У зауваженні 3.4, де обговорюється вплив параметрів a, b та σ на стандартні відхилення оцінок $\widetilde{a}_T$ та $\widetilde{b}_T$, у заключному якісному висновку наявна редакційна неузгодженість із попереднім аналізом елементів асимптотичної коваріаційної матриці. З формул для матриці Σ безпосередньо видно правильну залежність, тому зазначене місце слід розглядати як неточність у словесному поясненні, яка не впливає на саму теорему про асимптотичну нормальність.

4. У підрозділі 3.3, при описі схеми дискретних спостережень для моделі Кокса–Інгерсолла–Росса, загальна кількість спостережень записується як $m_n = n^{\beta+1}$. Для довільного $\beta > 0$ такий вираз формально не обов'язково є цілим числом. Очевидно, що тут мається на увазі стандартна технічна домовленість про використання цілої частини, наприклад $m_n = \lfloor n^{\beta+1} \rfloor$, або відповідної підпослідовності натуральних n. Така домовленість не змінює асимптотичних результатів і є типовою для подібних схем високочастотних спостережень.

5. У доведенні леми 3.9, де оцінюється похибка наближення інтеграла від r_t^2 відповідною інтегральною сумою, в одному з проміжних рядків наявна очевидна описка у степені n: у відповідному множнику має фігурувати величина порядку $n^{-\beta/2}$, що узгоджується як з попередньою оцінкою приростів, так і з кінцевим результатом леми. Оскільки остаточна оцінка записана правильно, ця неточність має суто технічний характер.

6. У підрозділі 4.3.3, де вводиться дискретний аналог оцінки параметра зсуву в темперованій моделі Орнштейна–Уленбека, у формулі для $\widetilde{\theta}_n(m)$ зустрічається незначна неоднозначність індексації у записі кінцевого

значення процесу. З огляду на задане розбиття інтервалу $[0, n^{m-1}]$ з кроком $1/n$ та подальше використання неперервної оцінки при $T = n^{m-1}$, відповідний запис слід читати як значення процесу в правому кінці інтервалу спостереження. Подальше доведення теореми 4.3 саме так і інтерпретує цю величину, тому зазначена неузгодженість є опискою в індексації і не впливає на ідею доведення строгої конзистентності дискретної оцінки.

7. Аналогічна суто формальна особливість стосується використання величин типу n^m у розділі 4. Для нецілих значень параметра m такий індекс слід розуміти з урахуванням стандартної дискретизаційної домовленості про перехід до цілих індексів. Ця обставина не змінює асимптотичного режиму, у якому крок спостережень прямує до нуля, а горизонт спостережень прямує до нескінченності.

Підкреслимо, що наведені зауваження не стосуються суті отриманих у дисертації результатів. Вони мають локальний технічний характер і можуть бути кваліфіковані як описки або неточності формулювання. Основні теореми роботи щодо строгої конзистентності та асимптотичної нормальності оцінок у моделях Васічека і Кокса–Інгерсолла–Росса, а також щодо строгої конзистентності оцінки параметра зсуву в темперованій моделі Орнштейна–Уленбека, залишаються змістовно обґрунтованими. Зазначені неточності не знижують загальної наукової новизни, теоретичної цінності та практичної значущості дисертаційної роботи.

Загальний висновок

Дисертаційна робота Приходько Ольги Дмитрівни "Оцінювання параметрів в афінних дифузійних моделях з довгостроковою залежністю" є завершеним самостійним науковим дослідженням, присвяченим актуальній проблематиці статистичного оцінювання параметрів стохастичних диференціальних рівнянь.

У роботі отримано низку нових теоретичних результатів щодо оцінювання параметрів у моделях Васічека, Кокса–Інгерсолла–Росса та Орнштейна–Уленбека, у тому числі для дискретних спостережень і моделей, керованих

темперованими дробовими броунівськими процесами. Результати дисертації мають як теоретичне, так і практичне значення, належним чином апробовані та опубліковані.

Зміст дисертаційної роботи відповідає спеціальності 112 — статистика. За актуальністю, науковою новизною, обґрунтованістю отриманих результатів та практичним значенням дисертація відповідає вимогам, що висуваються до дисертацій на здобуття ступеня доктора філософії, а її авторка, Приходько Ольга Дмитрівна, заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 112 — статистика.

Доцент кафедри теорії ймовірностей,
статистики та актуарної математики,
механіко-математичного факультету,
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка
доктор фізико-математичних наук, доцент,
Голомозий Віталій Вікторович

Підпис засвідчую
Вчений секретар
КАРАУЛЬНА
09.06

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
Вх. № 558
«16» 06 2026 р.